Recherche operationnelle et transports

par M. Labbé[1] and Ph. Toint[2]

Rapport 97/17 20 novembre 1997

[1] Service de Mathématiques de la Gestion
Université Libre de Bruxelles,
Boulevard du Triomphe, B-1050 Bruxelles
Email: mlabbe@resu1.ulb.ac.be

[2] Département de Mathématique,
Facultés Universitaires ND de la Paix,
61, rue de Bruxelles, B-5000 Namur
Email: pht@math.fundp.ac.be

Rapports techniques disponibles par ftp anonyme dans le répertoire
"pub/reports" sur thales.math.fundp.ac.be

Article invité dans la revue "Nouvelles de la Science et des Technologies"

Recherche opérationnelle et transports

M. Labbé Ph. Toint

November 20, 1997

Abstract

La recherche opérationnelle et l'analyse quantitative des problèmes de transports ont un long passé commun, où les techniques du premier de ces domaines scientifiques et les problèmes posés par le second ont été en continuelle interaction. Cet article présente une approche simplifiée de ces interactions, dans des domaines aussi divers que les modèles de trafic, l'analyse comportementale ou l'optimisation des itinéraires et des localisations.

1 Introduction

Ce matin, le trafic sur l'autoroute le long de votre trajet habituel vous semble anormalement dense, et vous craignez de plus en plus un embouteillage à l'entrée de la ville. Que se passe-t-il donc aujourd'hui sur cet itinéraire d'habitude relativement peu encombré ? La radio, que vous écoutez distraitement, vous annonce à l'instant qu'un accident vient d'avoir lieu à quelque cinq kilomètres plus loin sur votre route, et provoque d'importants ralentissements : voici donc identifiée la cause de votre retard ! Fort de cette information, vous envisagez immédiatement d'autres itinéraires possibles à partir de la prochaine sortie, qui vous permettront, du moins vous l'espérez, d'éviter le plus gros du bouchon et d'arriver à temps à votre rendez-vous matinal... Votre choix parmi ceux-ci est bientôt fait, et vous retrouvez votre sérénité première, à peine perturbée par le doute qui plane toujours sur le bien-fondé de tels choix.

Qui d'entre les navetteurs se rendant en ville chaque jour n'a expérimenté ce scénario, ou l'une de ses variantes ? Lequel d'entre eux ne s'est jamais interrogé sur la meilleure façon de prévoir sa route vers le travail, l'école des enfants ou le supermarché ? Plus généralement, qui d'entre nous ne s'est posé quelques questions sur les raisons et les règles de comportement qui président au déplacement journalier de véritables marées de voyageurs ?

Si l'analyse et la modélisation du trafic répondent à la curiosité naturelle de l'homme pour le comportement de ses semblables, l'utilité de cette discipline apparaît véritablement lorsqu'on réalise qu'elle est indispensable à l'élaboration des stratégies de transport au niveau de la société. Et la nécessité de telles stratégies est aujourd'hui indiscutable : il suffit, pour s'en convaincre, de mesurer, même partiellement, le coût énorme pour la société du système de transport que nous connaissons. Par exemple, le coût purement financier des accidents de la route dans l'Union Européenne dépasse les 50 millions d'ECUs par an (sans parler du coût social et humain) et l'on estime le coût global du trafic proprement dit pour les pays de l'Union à plus 500 billions d'ECUs par an, dont une grande partie est due aux embouteillages et mauvais choix d'itinéraires. De plus, la mobilité et le taux de motorisation des ménages a tendance à augmenter...

Si la compréhension des phénomènes de déplacements de la population est importante, celle des stratégies des fournisseurs de services en matière de transport (transports publics, transporteurs privés, services d'urgence, planificateurs, ...) l'est évidemment aussi. Elle permet à ces derniers d'améliorer leurs prestations et de contribuer de cette façon à une meilleure qualité de vie pour tous.

La compréhension de phénomènes de transport doit alors idéalement déboucher sur des outils (les modèles) permettant, par exemple, de prévoir le trafic en fonction des modifications du réseau routier ou de la demande, d'anticiper les comportements des usagers face à des modifications du système des transports, de déterminer les localisations les plus adaptées pour les activités qui dépendent fort de ce système, ou de calculer les meilleurs itinéraires de desserte. L'utilité de ces outils est double : ils permettent d'abord un approfondissement de la compréhension elle-même, mais ils doivent surtout servir à la *gestion* des transports tant dans ses aspects quotidiens (on parle alors de régulation) qu'à plus longue échéance (en fournissant, par exemple, des orientations pertinentes pour la planification et les investissements stratégiques). Les questions abordées dans ces perspectives sont, inévitablement, extrêmement diverses. Bien naturellement, les modèles s'adaptent à cette diversité de leur champ d'application en se diversifiant à leur tour, mais ils partagent tous une finalité ultime : celle de rendre possible la définition et l'évaluation de stratégies qui améliorent le bien-être et la sécurité des usagers.

Puisqu'il s'agit d'utiliser les modèles dans l'analyse effective de la régulation et des stratégies de transport, il est impératif que les modèles eux-mêmes puissent être "traitables", c'est-à-dire que l'on puisse aboutir à des conclusions (un portrait du trafic, un schéma comportemental, une description des meilleurs itinéraires) à partir des données qui sont fournies aux modélisateurs. C'est ici qu'intervient la recherche opérationnelle: les techniques algorithmiques qu'elle apporte seront intensivement utilisées pour la résolution (presque toujours informatisée) des modèles considérés. Dans les paragraphes qui suivent, nous examinerons quelques-uns de ces apports, dans le cadre des spécialités des auteurs et des groupes de recherche qui les entourent. Il va de soi que le sujet ne pourra être épuisé dans le cadre de cette présentation, et nous renvoyons le lecteur curieux à l'ouvrage [43] pour une discussion plus approfondie.

2 La modélisation du trafic

Les problèmes de transport parmi les plus préoccupants se posent dans les grandes agglomérations urbanisées. La plupart des villes importantes du monde souffrent en effet des effets négatifs d'un trafic extrêmement concentré : Paris, Londres, Athènes, Rome, Barcelone, Bruxelles, ... sont, à des degrés divers, confrontées aux multiples nuisances engendrées par la marée journalière des navetteurs. C'est donc naturellement dans le contexte urbain que sont apparues les méthodologies de base pour la modélisation du trafic. Déjà étudiées avant la seconde guerre mondiale, ces méthodologies se sont surtout développées après celle-ci avec l'avènement des premiers calculateurs électroniques et les progrès de la recherche opérationnelle.

2.1 Qu'est-ce qu'un modèle de trafic ?

Comme tous les modèles, les modèles de transport simplifient considérablement la réalité qu'ils traitent. Par exemple, il est presque toujours impossible de traiter un niveau de détail tel que les trajets puissent être spécifiés de bâtiment à bâtiment, ou d'adresse à adresse dans une ville. Il est donc habituel de découper le territoire que l'on désire étudier en *zones*, ou quartiers, dont la population et les activités sont concentrées en un point (le *centroïde* de la zone) : les trajets seront alors considérés entre une *zone origine* et une *zone destination*. Une fois le découpage en zones réalisé, le réseau de transport urbain peut alors être lui aussi spécifié de zone à zone : il contiendra en général plusieurs sous-réseaux correspondant aux routes, lignes de transports en commun ou autres moyens de communication. Dans le jargon de la discipline, ces moyens de communication sont appelés *modes*, et un réseau de transport qui contient plusieurs modes (voitures, bus, métro, ...) est donc *multimodal*. On associe la modélisation du territoire obtenue par cette approche à un objet mathématique appelé *graphe orienté* : il s'agit d'un ensemble de *nœuds* (des points dans le plan, par exemple) reliés entre eux par des flèches indiquant un sens de parcours, les *arcs*. Les zones seront alors associées aux nœuds du graphe, tandis que les axes du réseau seront assimilés à ses arcs. La figure 1 en montre un exemple concret.

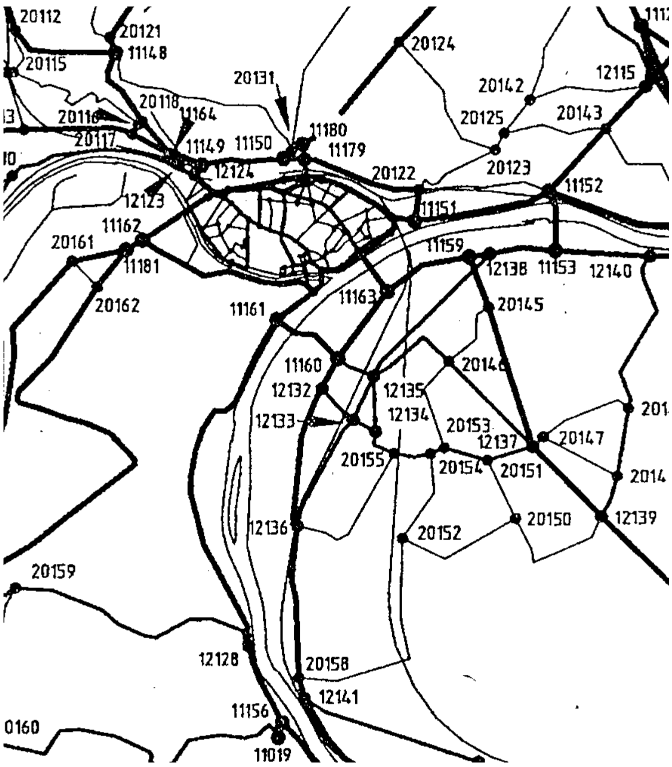

Figure 1: Un détail du réseau pour la ville de Namur, montrant les arcs et les nœuds, ainsi que les numéros identifiant ces derniers

Utiliser un réseau de transport se fait toujours, pour ses usagers, à un certain coût (les économistes parlent de "désutilité") : non seulement se déplacer prend du temps, mais peut aussi coûter de diverses autres manières. La société dans son ensemble supporte, elle aussi, divers coûts associés au transport : pollution atmosphérique, sécurité, bruits et autres nuisances du trafic. Cette notion de coût global associé aux déplacements est d'habitude modélisée par le choix, dans les modèles de transport, d'une *fonction de coût* t_i qui associe à chaque axe i du réseau un certain "coût" en fonction du trafic total qu'il supporte, x_i. L'allure générale d'une fonction de performance $t_i(x_i)$ en fonction du trafic sur l'axe considéré est remarquablement indépendante des unités considérées, même si le temps de parcours est la fonction plus utilisée. Elle se présente typiquement comme illustré à la figure 2 : le coût augmente avec le trafic, lentement d'abord, puis de plus en plus vite. Par exemple, le temps de parcours d'un axe est relativement indépendant du trafic lorsque celui-ci est faible, mais un trafic plus important peut créer un embouteillage, ce qui ralentit l'usager de plus en plus jusqu'à ce qu'il soit complètement bloqué !

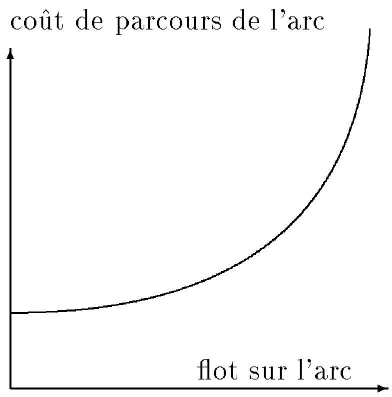

Figure 2: Une fonction de coût typique

Il existe bien entendu diverses façons d'établir une fonction de coût comme celle que nous venons de discuter. Une des premières approches a été proposée par Greenshields [30], et permet l'évaluation du temps de parcours sur un axe routier. Elle postule une relation linéaire décroissante entre la vitesse du trafic et sa concentration (cette vitesse varie entre celle d'un véhicule seul sur le tronçon et celle (nulle) d'un véhicule bloqué dans un embouteillage). Le temps de parcours peut alors être obtenu en fonction inverse de la vitesse. Des techniques développées sur cette base sont toujours utilisées aujourd'hui [17] : on les appelle *macroscopiques* car elles considèrent le trafic globalement comme un flux, sans différencier ses composantes (véhicules, voyageurs). Les approches *microscopiques*, au contraire, se placent à un niveau de détail beaucoup plus fin et analysent le trafic sur un tronçon donné en simulant le comportement des véhicules individuels qui s'y déplacent et leur interaction.

A ce stade, une distinction fondamentale s'impose entre la *modélisation statique* et la *modélisation dynamique*. Comme ces termes le laissent présager, ces deux approches difèrent par leur manière de considérer le comportement du trafic dans le temps.

Historiquement les premiers, les *modèles statiques* envisagent de décrire le trafic dans une période suffisamment longue (une journée, par exemple) pour permettre à tous les usagers qui entament un trajet dans cette période d'atteindre leur destination avant la fin de la période. On obtient donc une simplification conceptuelle considérable, puisqu'il ne faut plus analyser le trafic sur les axes du réseau de transport à différents moments, mais qu'il suffit de retenir sa valeur cumulée sur la période choisie. Cette simplification se fait évidemment au détriment d'un certain réalisme, mais les résultats obtenus peuvent néanmoins s'avérer suffisants pour certains types d'analyse. (Puisque l'usure des revêtements est proportionnelle au volume de trafic dans les rues mais indépendante de la répartition de celui-ci dans le temps, il suffit, par exemple, de connaître une approximation du trafic total sur les rues de la ville pour établir un plan raisonné de leur entretien...).

Les *modèles dynamiques* introduisent explicitement l'écoulement du temps dans leur mécanisme. Ces modèles sont nés de la constatation de l'incapacité des modèles statiques à décrire correctement les choix d'itinéraires en période de pointe, durant laquelle l'encombrement sur les axes du réseau peut différer significativement de sa valeur moyenne sur la journée. De plus, non seulement les itinéraires, mais aussi le mode de transport et même l'heure de départ peuvent varier de façon notable : les modèles dynamiques sont donc indispensables à la description des phénomènes de trafic transitoires, comme la congestion des abords des grandes villes causée par les navetteurs. Dans la pratique, ces modèles sont beaucoup plus difficiles à mettre en œuvre, car la quantité de paramètres et de résultats est habituellement beaucoup plus importante que pour les modèles statiques : il faut en effet ventiler chacune des données dans le temps. Parmi les modèles dynamiques, on peut citer PACSIM [63].

Une fois prises les décisions de base concernant la représentation du territoire et la manière de mesurer le temps qui passe, le modèle considéré commence vraiment à prendre forme : il contient déjà des zones et un réseau qui décrit les moyens de passer d'une zone à l'autre. Il faut maintenant utiliser cette structure pour décrire le trafic lui-même. La formulation maintenant classique proposée par Wilson [69], comporte quatre étapes successives :

1. La première consiste à examiner chaque zone et à prévoir combien de trajets vont avoir leur origine en cette zone et leur destination en une autre zone de l'agglomération. C'est l'étape de *génération*. Elle est classiquement basée sur une répartition de ses habitants (ménages) en groupes socio-culturels cohérents, dont le comportement en matière de transport est typique.

2. La seconde étape calcule alors la répartition de ces trajets par couple (origine, destination). C'est l'étape de *distribution*, dont le résultat peut être mis sous la forme d'un grand tableau : chaque case contient un nombre de trajets dont l'origine est associée à la ligne de la case dans le tableau et la destination à la colonne. Ce tableau porte classiquement le nom de *matrice des origines-destinations* (O/D matrix).

3. La troisième étape modélise la compétition qui existe entre les différents modes de transport (voiture privée, train, métro, bus, ...), et établit, pour chaque couple (origine, destination) la proportion des trajets qui utilisent les modes de transport disponibles. C'est l'étape de *choix modal*.

4. Finalement, la quatrième étape, appelée étape d'*assignation*, détermine des itinéraires pour

chacun des trajets dans les différents modes et en déduit la charge du réseau pour la période considérée.

Une introduction un peu plus détailée à ce type de modèle peut être trouvée dans [64].

Malgré le caractère restrictif de sa séquentialité stricte, la méthode en quatre étapes reste le paradigme incontournable de la modélisation du trafic, mais cette suprématie historique est aujourd'hui contrebalancée par un courant de recherche très actif où des modèles plus détaillés sont considérés, tant pour l'estimation de la demande de déplacements (où l'on simule le comportement des ménages) que pour le choix modal et l'assignation (où l'on considère alors le comportement de "paquets" de voyageurs).

2.2 Les techniques de recherche opérationnelle dans les modèles de trafic

Une des questions les plus étudiées dans le contexte des modèles à quatre étapes statiques est celle de calculer la répartition de la demande en trafic sur le réseau (étape 4: assignation). C'est aussi dans ce secteur que la contribution de la recherche opérationnelle est peut-être la plus significative.

La première idée utilisée est celle selon laquelle les utilisateurs du réseau vont choisir l'itinéraire *le plus court* (en temps, en distance, ou mesuré de façon plus générale). Cette technique a l'avantage d'être très économique du point de vue du calcul, principalement parce que l'on connaît des algorithmes très efficaces pour le calcul de tels plus courts chemins dans un réseau, même très grand (voir par, exemple, [22], [38], [62], [7]). L'apport de la recherche opérationnelle est ici vital. Cette méthode a, par contre, l'inconvénient de répartir tout le trafic entre une origine et une destination données le long d'un itinéraire unique : la variabilité des décisions humaines n'y a donc aucune place, ce qui peut être jugé peu réaliste. Elle constitue cependant la base sur laquelle les autres propositions sont toutes algorithmiquement construites.

La méthode d'assignation la plus célèbre et probablement la plus utilisée est basée sur la notion d'*équilibre de trafic*. Suivant la formulation fameuse qu'en a donné Wardrop [67], "les coûts de parcours pour tous les itinéraires réellement utilisés dans le réseau sont plus faibles ou égaux à ceux qui seraient encourus par un véhicule unique empruntant un itinéraire non utilisé". Autrement dit, aucun utilisateur du réseau ne peut, dans une situation d'équilibre, réduire son coût de déplacement par une décision unilatérale. Il en résulte assez directement que tous les itinéraires utilisés entre une origine et une destination données ont le même coût. Il s'agit ici évidemment d'un concept beaucoup plus complexe, car il fait intervenir, dans le choix d'un itinéraire entre deux quartiers, non seulement les trajets qui lient ces deux quartiers, mais aussi la charge du réseau qui résulte de tous les autres trajets entre tous les autres couples d'origines et de destinations. On parlera dans ce cas d'*équilibre descriptif* (user equilibrium, en anglais) car le critère utilisé y est le coût de déplacement pour les utilisateurs. On peut aussi considérer l'*équilibre normatif*, qui consiste à répartir le trafic de façon à minimiser le coût total pour l'ensemble des usagers ou la société dans son ensemble. Ces deux notions d'équilibre ne coïncident malheureusement pas, car le bénéfice de tous peut nécessiter que certains usagers choisissent délibérément un itinéraire qui leur est moins favorable. Le caractère (hélas) peu réaliste de cette hypothèse fait que l'équilibre descriptif est beaucoup plus souvent utilisé pour prédire le comportement des usagers, tandis que l'équilibre normatif est parfois calculé pour fournir l'image d'une situation "idéale".

Les méthodes de calcul d'un équilibre descriptif ou normatif sont basées sur la programmation mathématique (optimisation). Le lien entre équilibre de trafic et problème d'optimisation a été mis en évidence dans [2]. Supposons que notre modèle comporte n arcs du réseau, et que pour chaque origine r et chaque destination s (dans la demande de déplacement), on dénombre $p(r,s)$ itinéraires possibles de r à s, chacun supportant un flot de f_k^{rs} voyageurs. Il n'est pas très difficile de montrer (voir, par exemple, le livre de Sheffi [59]) que la solution $x_1, \ldots, x_n$ du problème

$$\min_{x_1,\ldots,x_n} z(x_1,\ldots,x_n) = \sum_{i=1}^{n} \int_0^{x_i} t_i(\omega)\, d\omega$$

sous les contraintes

$$\sum_{j=1}^{p(r,s)} f_k^{rs} = q_{rs} \quad \forall r, s, \tag{2.1}$$

$$x_i = \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} \delta_{ik}^{rs} \quad (i = 1, \ldots, n)$$

et

$$f_k^{rs} \geq 0, \quad \forall r, s, k,$$

où les variables x_i représentent le flot total sur l'arc i, où q_{rs} est la demande de déplacement de r à s (donnée), et où

$$\delta_{ik}^{rs} = \begin{cases} 1 & \text{si l'arc } i \text{ appartient à l'itinéraire } k \text{ de } r \text{ à } s, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases}$$

fournit les flots sur le réseau à l'équilibre descriptif. La preuve de cette proposition est obtenue en vérifiant que les conditions d'optimalité du problème de minimisation, soit, pour le premier ordre,

$$f_k^{rs}(c_k^{rs} - u_{rs}) = 0, \quad \forall k, r, s,$$

$$c_k^{rs} - u_{rs} \geq 0, \quad \forall k, r, s,$$

$$\sum_{j=1}^{p(r,s)} f_k^{rs} = q_{rs} \quad \forall r, s,$$

$$f_k^{rs} \geq 0, \quad \forall r, s, k,$$

sont équivalentes à la formulation de Wardrop et que la solution de ces équations est unique, où l'on a défini

$$c_k^{rs} = \sum t_i(x_i)\delta_{ik}^{rs} \qquad \text{(le coût de l'itinéraire } k \text{ de } r \text{ à } s\text{)}$$

et où les u_{rs} sont les multiplicateurs de Lagrange associés aux contraintes (2.1), qui peuvent aussi être interprétés comme les coûts des meilleurs itinéraires de r à s.

L'algorithme de programmation convexe dû à Frank et Wolfe [26] a été presque immédiatement adapté pour résoudre le problème d'optimisation que nous venons de décrire. Il est basé sur une linéarisation locale de la fonction objective, ce qui implique que le sous-problème à résoudre pour chaque linéarisation est un problème de plus courts chemins. De plus amples détails peuvent être trouvés dans [59] ou [57], ainsi que les nombreuses généralisations et variantes qui ont été proposées au cours du temps. Parmi les modèles basés sur le concept d'équilibre descriptif, on citera SATURN [66], EMME/2 [1], ou ATES [18], parmi bien d'autres.

Une autre application importante des techniques d'optimisation numérique est la détermination de la demande (q_{rs}) lorsque celle-ci est inconnue ou imprécise, mais que des comptages de trafic sont disponibles pour un certain nombre d'arcs du réseau. Supposons qu'une matrice de demande $\hat{q}_{rs}$ est disponible, mais qu'on souhaite la corriger en tenant compte des comptages de trafic effectués (pour la période de modélisation) sur les arc de l'ensemble $J \subset \{1, \ldots, n\}$. Pour chacun de ces arcs, on peut déterminer, par exemple en calculant une répartition du trafic à l'équilibre, quelle est la proportion $p_i^{rs}(q_{rs})$ de la demande qui utilise l'arc i. Supposons maintenant que l'on compte un volume de trafic v_i sur ce même arc i. On peut alors corriger la demande $\hat{q}_{rs}$ en résolvant le programme mathématique

$$\min_{q_{rs}} \sum_r \sum_s [\hat{q}_{rs} - q_{rs}]^2$$

sous les contraintes

$$\sum_r \sum_s p_i^{rs}(q_{rs})\, q_{rs} = v_i, \quad (i \in J)$$

et

$$q_{rs} \geq 0.$$

Les valeurs optimales de q_{rs} fournissent alors la demande corrigée. Comme les valeurs des comptages ne sont pas toujours d'une précision irréprochable, on reformule souvent ce problème sous la forme

$$\min_{q_{rs} \geq 0} \sum_r \sum_s [\hat{q}_{rs} - q_{rs}]^2 + \gamma \sum_{i \in J} \left[\sum_r \sum_s p_i^{rs}(q_{rs})\, q_{rs} - v_i \right]^2$$

pour une valeur du paramètre γ qui est d'autant plus grande que la précision des comptage est assurée.

Il existe de nombreuses variantes de cette procédure: certaines utilisent une mesure d'entropie (logarithmique) à la place des moindres carrés, ou utilisent davantage la structure du problème sous-jacent. Le lecteur curieux consultera utilement [3], [4], [5], [14], [15] ou [10].

L'application des méthodes d'optimisation dans le cadre des modèles de trafic ne s'arrête bien sûr pas là. On pourrait aussi citer, entre autres, les problèmes liés à l'existence de plusieurs classes d'utilisateurs [65], ou la détermination des péages optimaux sur les infrastructures [57], mais la place nous manque pour un véritable tour d'horizon.

3 Les choix discrets

Nous nous tournons maintenant vers un autre type d'application de la recherche opérationnelle dans le domaine des transports: l'étude des choix discrets. Le problème se pose, par exemple, lorsqu'un utilisateur décide (à la troisième étape du modèle à quatre étapes) de son mode de transport pour aller de son origine à sa destination. Utilisera-t-il la voiture ou les transports en commun? S'il choisit ces derniers, s'agira-t-il du bus ou du métro? De telles questions de choix sont légions dans l'analyse des transports (et beaucoup d'autres disciplines comme le marketing, l'urbanisme, ...)

La technique utilisée pour analyser ces processus de choix consiste à associer à chaque alternative une *utilité*

$$U_k = c_k(\beta) + e_k, \quad k \in C,$$

où C représente l'ensemble (fini) des alternatives possibles, et où l'utilité globale de l'alternative k est la somme d'une partie déterministe et connue (ou, en tous cas, mesurable), et d'une partie aléatoire qui représente la variabilité interpersonnelle toujours présente. (On supposera néanmoins connue la moyenne de la variable aléatoire e_k.) La probabilité pour l'utilisateur j de choisir l'alternative k est alors (par exemple)

$$\text{Prob}(k_j) = U_k / \sum_{j \in C} U_j. \tag{3.1}$$

On peut alors observer les choix effectués ou annoncés par les utilisateurs, et calculer les valeurs β qui rendent l'ensemble des observations "le plus probable". Techniquement, on choisira β comme la solution du problème d'optimisation

$$\max_{\beta} L(\beta) = \sum_{j \in \{\textbf{utilisateurs}\}} \log[\text{Prob}(k_j)],$$

c'est-à-dire en maximisant la fonction de (log) vraisemblance associée aux observations. Les modèles de ce type diffèrent par le choix de la fonction de probabilité (3.1) ou la structure de l'ensemble de choix. La formulation (3.1) correspond au *modèle logit*, où les variables e_k sont supposées indépendantes, mais d'autres choix sont possibles (modèles probit, ...). On peut aussi envisager de structurer l'ensemble de choix C de façon hiérarchique, ce qui rend le problème d'estimer les valeurs de β plus complexe. L'ouvrage de référence dans ce domaine reste probablement le livre de Ben-Akiva et Lerman [6], mais l'on trouvera des développements plus récents par exemple dans [19], [56] ou [9], pour n'en citer que quelques uns.

La résolution numérique du problème de maximiser la (log) vraisemblance est habituellement confiée à des logiciels spécialisés, qui utilisent à la fois les techniques de la recherche opérationnelle et la structure particulière de cette application. C'est par exemple le cas du logiciel HieLoW, développé au GRT (Namur) [8], ou ALOGIT [19].

4 Le choix des itinéraires

Les transports contribuent de manière remarquable à l'économie des pays développés. A titre d'exemple, on estime que les transports représentent 15% du produit national brut des E.U. (Kearney, 1978), les coûts de distribution représentent environ 10% du profit des firmes (LaLonde et Zinszer[45]) et plus de 45% de leurs coûts logistiques (Institute of Logistics and Distribution Management[37]). Dans certains cas, tels que l'industrie des boissons non alcolisées, ces coûts vont jusqu'à représenter environ 70% de la valeur ajoutée des produits (Golden et Wasil[28]). L'enjeu économique lié à l'organisation efficace des transports est donc considérable et a suscité une abondante littérature dans le domaine de la recherche opérationnelle. Une importante partie de celle-ci concerne le problème de l'utilisation efficace d'une flotte de véhicules afin de visiter un ensemble de points donnés où des marchandises (ou des passagers) doivent être embarqués ou débarqués. Le problème consiste à déterminer quelles marchandises sont livrées par quel véhicule et dans quel ordre de façon à minimiser le coût total de transport. Bien souvent, la solution doit de plus satisfaire une série de contraintes concernant la capacité des véhicules et l'heure des livraisons.

Le problème générique de cette classe, appelé problème de construction de tournées de véhicules suppose qu'une flotte de k véhicules identiques de même capacité b livrent un certain produit à n clients $i = 1, \ldots, n$ à partir d'un dépôt central noté 0. La demande du client i est notée d_i et le coût du transport du point i vers le point j est noté c_{ij}. Le problème de construction de tournées de véhicules consiste à déterminer K routes, une pour chaque véhicule. Une route est définie comme un tour commençant au dépôt, qui ensuite visite un sous-ensemble des clients dans un ordre donné et puis retourne au dépôt. Chaque client doit être affecté à exactement une route et la demande totale des clients affectés à une même route ne peut pas dépasser la capacité du véhicule. Un ensemble de K routes est optimal si son coût total de transport est minimum.

Les méthodes exactes les plus efficaces pour résoudre ce problème sont de type "Branch and Cut" et résolvent des problèmes comportant une centaine de clients au plus. Pour des problèmes de taille plus importante (comme c'est presque toujours le cas dans la réalité), différentes méthodes de recherche locale, heuristiques et méta-heuristiques ont montré leur efficacité. Les articles de Magnanti [53], Bodin, Golden, Assad and Ball [11], Christofides [16], Golden and Assad [27], [29], Bodin [12], Laporte [47], Fisher [24] et Laporte [48] présentent l'état de l'art en ce domaine. Le lecteur peut également consulter les récentes bibliographies de Laporte et Osman [50] et de Laporte [49].

Le problème du voyageur de commerce est le cas particulier du problème de construction de tournées de véhicules le plus "épuré" et le plus étudié. Il consiste à déterminer le tour de coût minimum qui, partant et retournant au dépôt, visite une et une seule fois chaque client. Ce problème doit être considéré comme un des problèmes qui a le plus contribué à l'avancement de la recherche en optimisation combinatoire (cfr Magnanti, 1981). A titre d'exemple, c'est en essayant de le résoudre que les idées de plan coupant, de "Branch and Bound" et de relaxation lagrangienne sont nées. On résout actuellement des problèmes de voyageur de commerce comportant quelques milliers de sommets. Supposons que les coûts de transport soient asymétriques: $c_{ij} \neq c_{ji}$ pour $i \neq j$. Le problème du voyageur de commerce peut se formuler comme suit:

$$\min \sum_{i \neq j} c_{ij} x_{ij} \tag{4.1}$$

sous les contraintes

$$\sum_{j=0}^{n} x_{ij} = 1 (i = 0, 1, \ldots, n), \tag{4.2}$$

$$\sum_{i=0}^{n} x_{ij} = 1 (j = 0, 1, \ldots, n), \tag{4.3}$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \quad (S \subset \{0, 1, \ldots, n\}, 2 \leq |S| \leq n - 1), \tag{4.4}$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (i, j = 0, 1, \ldots, n, i \neq j). \tag{4.5}$$

Dans cette formulation, proposée la première fois par Dantzig, Fulkerson et Johnson [20], la variable binaire $x_{ij} (i \neq j)$ prend la valeur 1 si dans le tour le client j suit directement le client i et $x_{ij} = 0$ sinon. En termes de théorie des graphes, si on associe un noeud à chaque client et qu'un arc (i, j) existe si c_{ij} est fini, alors un tour réalisable est appelé un circuit hamiltonien. Les groupes de contraintes (4.2) et (4.3) sont appelés contraintes de degré et spécifient qu'en chaque noeud, il y a exactement un arc du tour qui entre et un arc qui sort. Le groupe de contraintes (4.4) permet d'éliminer les solutions composées de deux ou plusieurs sous-tours. Ce sont ces contraintes qui rendent le problème difficile. D'une part, leur nombre croît de manière exponentielle avec le nombre de clients et d'autre part leur adjonction au modèle fait que bien souvent la solution optimale de la relaxation linéaire (obtenue en remplaçant (4.5) par $x_{ij} \geq 0$, $i \neq j$) présente des valeurs fractionnaires. Les méthodes exactes les plus performantes pour résoudre le problème du voyageur de commerce sont de type Branch and Cut et Branch and Bound. Le livre de Lawler, Lenstra, Rinnooy Kan et Shmoys [51] et les articles de Laporte [46], Jünger, Reinelt et Rinaldi [39] et Laporte [49] présentent l'état de l'art à propos de ce problème.

Les problèmes de construction de tournées de véhicules présentent de nombreuses applications puisque la plupart des produits de consommation (boissons non alcolisées, bières, légumes, produits pharmaceutiques, ...) sont livrés aux magasins de détail par des flottes de camions. Ils trouvent également une utilité pour organiser les livraisons de produits pétroliers et de gaz liquide. Le SMG, équipe de recherche associée à l'ISRO, participe actuellement à l'élaboration d'un logiciel pour résoudre de tels problèmes.

La littérature témoignant de l'efficacité des méthodes et logiciels développés à ce jour est abondante (cfr Fisher [24]) et un article de Hall et Partyka [32] récent paru dans OR/MS Today effectue une étude comparative des logiciels existant sur le marché.

Les problèmes réels de constructions de tournées de véhicules s'avèrent en général bien plus compliqués que le problème générique défini ci-dessus. Nous présentons à présent une liste de complications typiques. Celle-ci est bien sûr loin d'être exhaustive.

1. Les coûts de transport peuvent être symétriques ou asymétriques.

2. Les caractéristiques de véhicules peuvent entraîner des contraintes de capacité plus particulières. La flotte de véhicules peut être hétérogène (chaque véhicule possède une capacité différente). Certains véhicules peuvent posséder plusieurs compartiments de stockage. Un camion peut être capable d'effectuer plus d'une tournée durant la période considérée...

3. Le temps total pour effectuer une tournée peut être limité.

4. L'heure de livraison d'un client donné peut devoir appartenir à un certain intervalle de temps (appelé *fenêtre de temps*).

5. Il peut y avoir plusieurs dépôts. Chaque véhicule de la flotte est alors affecté à un dépôt donné.

6. Le nombre de véhicules disponibles peut être fixe ou variable...

La diversité et l'abondance de contraintes particulières rendent les problèmes réels extrêmement difficiles, c'est pourquoi on adopte généralement une stratégie simple pour les résoudre. On développe d'abord une méthode constructive qui fournit une ou plusieurs solutions réalisables. On applique ensuite les méthodes d'amélioration locale qui à partir d'une solution réalisable tente d'en construire d'autres fort proches mais néanmoins meilleures du point de vue de la valeur de la fonction objectif.

5 Le choix des localisations

Un problème de localisation consiste à déterminer l'emplacement d'une ou plusieurs installations de façon à optimiser une fonction économique dépendant des distances entre ces installations et un ensemble d'utilisateurs potentiels. Les usines, les entrepôts, les dépôts, les écoles, les hôpitaux, les supermarchés, etc, constituent des exemples typiques d'installations dont l'optimisation de la localisation peut avoir un impact économique important.

L'intérêt pour les problèmes de localisation remonte au 19ème siècle, lorsque le mathématicien Camille Jordan étudia un problème concernant les formes quadratiques et formula incidemment le premier problème de localisation. Cependant, on attribue généralement le premier modèle de localisation à Alfred Weber [68], et ce n'est que dans les années 1960 que sont apparus les développements importants en matière de localisation optimale.

La structure de l'espace dans lequel on localise les installations permet de distinguer trois classes différentes de modèles. La première contient les problèmes dont l'espace de localisation est continu. Le problème le plus représentatif de cette classe, appelé problème de Fermat-Weber, consiste à déterminer le point de R^m qui minimise la somme des distances pondérées à n points de demande donnés de R^m. A chaque point de demande est donc associé un poids représentant le niveau de la demande en ce point et la somme des distance pondérées représente le coût total de transport encouru pour satisfaire toutes les demandes à partir du dépôt à localiser. De nombreuses variantes du problème de Fermat-Weber existent. Le domaine réalisable des solutions ou points de localisation peut être restreint à un sous-ensemble de R^m, on peut vouloir localiser plusieurs installations... Finalement on peut considérer d'autres critères de localisation que celui de type minsum. Pour la localisation de services d'urgence (casernes de pompiers, dépôts d'ambulances,...) on utilise souvent le critère minmax puisqu'on cherche à minimiser la distance la plus grande séparant l'installation d'un lieu d'accident potentiel. Les méthodes utilisées pour résoudre des problèmes continus de localisation appartiennent à la programmation non linéaire. Le lecteur peut consulter les livres de Francis, McGinnis et White [25] et de Love, Morris et Wesolowsky [52] pour une introduction aux problèmes continus et les articles de Michelot [54] et Plastria [58] pour une présentation plus approfondie et une bibliographie détaillée.

L'espace de localisation des problèmes de la deuxième classe est un réseau de transport. On désire alors localiser une ou plusieurs installations le long de ce réseau de façon à optimiser une fonction objectif en les distances aux noeuds du réseau, ces distances étant données par les longueurs de plus courts chemins. Ces modèles se justifient par le fait qu'on désire minimiser les coûts de transports ou de déplacements et que ceux-ci s'effectuent sur le réseau. De plus, les clients potentiels ou points de demande étant généralement en nombre fini, on peut supposer que seuls les noeuds du réseau ont une demande positive. Une caractéristique importante des problèmes de localisation sur les réseaux est qu'on peut établir une installation n'importe où, à savoir en noeud ou le long d'une arête (rien n'interdit d'établir un entrepôt le long d'une route). Ainsi, on pourrait classer ces problèmes dans la même catégorie que les problèmes continus. Cependant, il est très souvent possible d'identifier un ensemble fini de points du réseau contenant une solution optimale. Le premier résultat de ce genre fut obtenu par Hakimi [31] puisqu'il montra que l'ensemble des noeuds du réseau contient un point pour lequel la somme des distances pondérées aux sommets du réseau est minimum. La solution de ce problème (de Fermat-Weber) s'appelle, dans le cas des réseaux, médiane. Ce nom fait référence au fait que si le réseau se réduit à un chemin, le problème est équivalent à minimiser le moment absolu d'ordre 1 d'une distribution discrète et il est bien connu qu'une médiane de la distribution est alors une solution.

La recherche en matière de localisation sur réseau a pris un essort considérable depuis l'article de Hakimi [31]. Le livre de Handler et Mirchandani [33] et plusieurs chapitres des livres de Daskin [21], Mirchandani et Francis [55] présentent les problèmes principaux. Les articles de Brandeau et Chiu [13], Hansen et al [34], Hansen et al [35], Labbé et al [42], Tansel et al [60] et Tansel et al [61], discutent l'état de l'art en matière de localisation sur les réseaux.

Les problèmes de localisation où un ensemble fini et donné de points contient une solution optimale sont appelés problèmes discrets et constituent la troisième classe. De nombreux problèmes sur réseaux appartiennent donc à cette classe. De plus, les réglementations en matière d'aménagement du Territoire, la disponibilité limitée de terrains à bâtir, etc, font que, en pratique, la plupart des problèmes de localisations se modélisent sous forme de problèmes discrets. De plus, le fait de ne considérer qu'un nombre fini de localisations possibles rend les modèles extrêmement flexibles en ce sens qu'ils autorisent l'incorporation de considérations économiques et géographiques. Plusieurs chapitres des livres de Daskin [21] et Mirchandani et Francis [55] analysent les modèles discrets de base. L'article de Labbé et Louveaux [44] présente une bibliographie annotée portant sur les 10 dernières années et Hodgson et al [36].

Le problème de localisation d'installations sans capacité est généralement considéré comme le prototype des modèles discrets. Dans ce problème, on considère un ensemble fini I de clients dont la demande doit être totalement satisfaite à partir d'un ensemble d'installations à localiser. Un ensemble fini J de localisations possibles est donc donné et à chaque localisation $j \in J$ est associé un coût fixe correspondant à l'achat du terrain, la construction du bâtiment, etc. Le coût de transport pour satisfaire la demande totale du client $i \in I$ à partir de l'installation $j \in J$ est noté c_{ij}. Le problème consiste à déterminer le nombre d'installations à établir et leur localisation afin de minimiser la somme des coûts fixes et des coûts de transport correspondants. Formellement, le problème de localisation d'installations sans capacité peut se modéliser sous la forme du programme linéaire en variables mixtes suivant:

$$\min \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} c_{ij}x_{ij} + \sum_{j\in J} f_j y_j \tag{5.1}$$

sous les contraintes

$$\sum_{j\in J} x_{ij} = 1, i \in I, \tag{5.2}$$

$$x_{ij} \leq y_j, i \in I, j \in J, \tag{5.3}$$

$$x_{ij} \geq 0, i \in I, j \in J, \tag{5.4}$$

$$y_j \in 0, 1, j \in J. \tag{5.5}$$

La binaire variable $y_j, j \in J$, correspond à la décision de localiser une installation en $j(y_j = 1)$ ou non $(y_j = 0)$. La variable x_{ij} représente la fraction de la demande du client i satisfaite à partir de l'installation j. Les contraintes (4.2) impliquent que la demande de chaque client doit être totalement satisfaite. Les contraintes (4.3) interdisent de servir un client à partir d'un site où aucune installation n'est établie.

La relaxation linéaire de ce problème, obtenue en remplaçant les contraintes (5.5) par $y_j \geq 0, j \in J$, fournit très souvent une solution entière et donc optimale pour le problème d'origine. Une approche de résolution par la programmation linéaire est donc appropriée et même lorsque la solution obtenue n'est pas entière, quelques itérations d'un algorithme de branch-and-bound fournissent presque toujours la solution. Néanmoins, il faut remarquer que la difficulté majeure ne réside pas dans l'obtention d'une solution entière, mais bien dans la résolution de la relaxation linéaire. Son nombre de contraintes est de l'ordre de $O(|I||J|)$ et ce problème devient donc rapidement insoluble par un code commercial de programmation linéaire. La méthode la plus efficace à ce jour est dûe à Erlenkotter [23] et tente de résoudre le dual de la relaxation linéaire à l'aide d'une méthode heuristique d'ascension duale. En incorporant des procédures d'accélération particulières à la méthode d'Erlenkotter, Körkel [41] résout des problèmes incluant jusqu'à 3.748 clients et 3.748 localisations possibles.

6 Un exemple de problème complexe: le "park-and-ride" intelligent

Nous présentons ici un projet de recherche auquel participe actuellement le GRT, le SMG et la firme STRATEC.

Pour de nombreuses villes dont la population se situe entre 50.000 et 500.000 habitants, l'accessibilité du centre-ville dépend largement, en définitive, de l'usage du véhicule privé. Or, ces centres se sont développés à une époque où l'usage de véhicules privés était fort restreint, de sorte qu'il y a très peu de place disponible pour la circulation et le stationnement. En d'autres mots, si l'usage des véhicules privés n'est pas limité par des contraintes, ces centres sont rapidement congestionnés ce qui entraîne les effets négatifs bien connus sur les activités qui y sont installées. Si aucun remède n'est trouvé à ce problème, la vitalité même de ces centres sera mise en péril.

Une solution qui vient à l'esprit est basée sur une approche multi-modale comprenant des parcs de stationnement situés à la périphérie de la zone densément urbanisée et un service de navettes reliant ces parcs au centre-ville. Les études menées au cours des dernières années tant à Bruxelles qu'à Liège, Namur, Charleroi ou Mons montrent que les automobilistes ne feront usage de tels services qu'à la condition qu'ils y gagnent par rapport à ce que leur coûterait le trajet effectué en voiture de bout en bout. Pour maximiser les chances de succès d'un service de navettes, il faut donc organiser le système multimodal de manière à minimaliser les différentes composantes du coût généralisé, par exemple en guidant l'usager jusqu'aux parcs de transfert, en fournissant de l'information sur les services de navettes, en incluant la possibilité de réserver à l'avance une place de stationnement et des sièges à bord des navettes.

Cette analyse confirme qu'il y a un besoin pour un service intégré (parking + transport urbain) plus personnalisé que le transport public (mais moins cher que le taxi).

En outre, une partie des clients potentiels sont des visiteurs occasionnels (touristes ou hommes d'affaire) qui sont confrontés à un handicap supplémentaire du fait de leur méconnaissance de l'offre de transport public existante. Pour ceux-ci, un système qui les prend par la main et les guide jusqu'à leur destination paraîtra plus attractif que le transport public classique. C'est dans ces créneaux que se situe le système multimodal envisagé par les partenaires du projet, à savoir le GRT, le SMG et STRATEC. Plutôt que de compter sur le passage fréquent mais souvent redondant de véhicules surdimensionnés, il cherche à réduire le temps de déplacement de plusieurs autres manières:

- en calculant des itinéraires optimaux;
- en exploitant des itinéraires variables, constituant un réseau plus dense et donc plus proche des origines et des destinations des déplacements;
- en réduisant les temps d'attente.

Plus précisément, l'usager potentiel du système est un automobiliste désirant se rendre dans un centre-ville dont l'accessibilité en transport privé est spontanément ou volontairement limitée.

Le système à mettre au point permettra d'offrir et de garantir à l'usager, contre rémunération:

- un guidage vers le parking périphérique le mieux situé par rapport à son déplacement;
- la disponibilité d'une place de stationnement dans ce parking;
- l'accès en un temps limité à une (des) place(s) assise(s) dans un véhicule de transport collectif;
- l'arrêt du véhicule de transport collectif en un point situé à proximité de sa destination;
- dans les mêmes conditions qu'à l'aller et à l'heure demandée, l'accès à un véhicule collectif qui le ramènera près de son véhicule.

Ce projet de recherche apparaît comme exemplaire en matière d'application de la recherche opérationnelle dans le domaine des transports. On y fera en effet usage de modèles de trafic, de choix discrets, de tournées de véhicules et de localisation.

Remerciements

Les auteurs sont reconnaissants à Ph. Vincke de les avoir invités à préparer cette contribution, ainsi qu'à E. Cornélis qui a préparé les fichiers correspondants aux figures.

References

[1] A. Babin, M. Florian, L. James-Lefebvre, and H. Spiess. EMME/2: une méthode interactive-graphique pour la plannification du transport urbain multimodal. Technical Report 204-F, Centre de Recherche sur les Transports, Université de Montréal, Montréal, 1982.

[2] M. J. Beckman, C. B. McGuire, and C. B. Winston. *Studies in the economics of transportation.* Yale University Press, New Haven (USA), 1956.

[3] M. G. H. Bell. The estimation of an origin-destination matrix from traffic counts. *Transportation Science*, 17(2):198–217, 1983.

[4] M. G. H. Bell. Log-linear models for the estimation of origin-destination matrices from traffic counts: an approximation. In J. Volmuller and R. Hamerslag, editors, *Proceedings ninth international symposium on transportation and traffic theory.* VNU Science Press, Utrecht, Netherlands, 1984.

[5] M. G. H. Bell. The estimation of origin-destination matrices by constrained generalised least squares. *Transportation Research B*, 25(1):13–22, 1991.

[6] M. Ben-Akiva and S. R. Lerman. Disaggregate travel demand and mobility choice models and measures of accessibility. In D. Hensher and P. Stopher, editors, *Behavioral Travel Modeling.* Croom Helm, London, 1979.

[7] D. P. Bertsekas. An auction algorithm for shortest paths. *SIAM Journal on Optimization*, 1(4):425–447, 1991.

[8] M. Bierlaire. HieLoW : un logiciel d'estimation de modèles logit emboîtés. *Les cahiers du MET*, 2:29–43, novembre 1994.

[9] M. Bierlaire, T. Lotan, and Ph. L. Toint. On the overspecification of multinomial and nested logit models due to alternative specific constants. *Transportation Science*, (to appear), 1997.

[10] M. Bierlaire and Ph. Toint. MEUSE : un estimateur de matrice origine/destination qui exploite la structure. *Les cahiers du MET*, 5:69–87, novembre 1994.

[11] L. D. Bodin, B. L. Golden, A. A. Assad and M. O. Ball. Routing and scheduling of vehicles and crews. *The state of the art, Computers & Operations Reserach*, 10:63–211, 1983.

[12] L. D. Bodin. Twenty years of routing and scheduling. *Operations Research*, 38:571–579, 1990.

[13] M. L. Brandeau and S. S. Chiu. An overview of representative problems in location research. *Management Science*, 35:645–674, 1989.

[14] E. Cascetta. Estimation of trip matrices from traffic counts and survey data: a generalised least squares approach estimator. *Transportation Research B*, 18(4/5):289–299, 1984.

[15] E. Cascetta and S. Nguyen. A unified framework for estimating or updating origin/destination matrices from traffic counts. *Transportation Research B*, 22(6):437–456, 1988.

[16] N. Christofides. Vehicle routing. In *The Travelling Salesman Problem: A Guided Tour of Combinatorial Optimization*, eds E. L. Lawler, J. K. Lenstra, A. H. G. Rinnooy Kan, and D. Shmoys, Wiley, 1985.

[17] S. Cohen. *Ingenierie du trafic routier. Eléments de théorie du trafic et applications.* Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1990.

[18] E. Cornélis, M. De Vleeschouwer, Ph. L. Toint, and Baoshan Wang. ATES: another traffic equilibrium software (manuel d'utilisation). Technical Report 96/13, Transportation Research Group, FUNDP, Dpt of Mathematics, April 1996.

[19] A. Daly. Estimating "tree" logit models. *Transportation Research B*, 21(4):251–268, 1987.

[20] G. B. Dantzig, D. R. Fulkerson, S.M. Johnson. Solution of a Large-Scale Traveling-Salesman Problem. *Operations Research*, 2:393–410, 1954.

[21] M. S. Daskin. Network and Discrete Location, Models, Algorithms and Applications. Wiley Interscience, New York, 1995.

[22] E. W. Dijkstra. A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische Mathematik*, 1:269–271, 1959.

[23] D. Erlenkotter. A dual-based procedure for uncapacitated facility location. *Operations Research*, 26:378–386, 1978.

[24] M. L. Fisher. Vehicle Routing. In M. O. Ball, T. L. Magnanti, C. L. Monma, G. L. Nemhauser, eds, *Network Routing, Handbooks in Operations Research and Management Science*, North-Holland, Amsterdam, 8:1–33, 1995.

[25] R. L. Francis, L. M. McGinnis Jr. and J. A. White. Facility Layout and Location: An Analytical Approach. 2nd edition, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1992.

[26] M. Frank and P. Wolfe. An algorithm for quadratic programming. *Naval Research Logitics Quaterly*, 3(1-2):95–110, 1956.

[27] B. L. Golden and A. A. Assad. Perspectives on vehicle routing: Exciting new developments. *Operations Research*, 34:803–810, 1986.

[28] B. L. Golden and E. A. Wasil. Computerized vehicle routing in the soft drink industry. *Operations Research*, 35:6–17, 1987.

[29] B. L. Golden and A. A. Assad. *Vehicle Routing: Methods and Studies*, North-Holland, Amsterdam, 1988.

[30] B. D. Greenshield. *A study of traffic capacity.* Highway Research Board Proceedings, USA, 1934.

[31] S. L. Hakimi. Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph. *Operations Research*, 12:450–459, 1964.

[32] R. W. Hall and J. G. Partyka. On the road efficiency. *OR/MS Today*, 24(3):38–47, 1997.

[33] G. Y. Handler and P. B. Mirchandani. Location on Networks. Theory and Algorithms. The MIT Press, 1979.

[34] P. Hansen, M. Labbé, D. Peeters and J. F. Thisse. Single facility location on networks. *Annals of Discrete Mathematics*, 31:113–146, 1987.

[35] P. Hansen, M. Labbé, D. Peeters and J. F. Thisse. Facility location analysis *Fundamentals of Pure and Applied Economics*, 22:1–70, 1987.

[36] M. J. Hodgson, K. E. Rosing and Shmulevitz. A Review of Location – Allocation Application Litterature. *Studies in Locational Analysis*, 5:3–30, 1993.

[37] Institute of Logistics and Distribution Management. The 1985 Survey of Distribution Costs, Douglas House, Queen's Square, Corby, Northants, U.K.

[38] D. B. Johnson. Efficient algorithms for shortest paths in sparse networks. *J. Assoc. Comput. Mach.*, 24:1–13, 1977.

[39] M. Jünger, G. Reinelt, G. Rinaldi. The traveling salesman problem. In M. O. Ball, T. L. Magnanti, C. L. Monma, G. L. Nemhauser, eds, *Network Models, Handbooks in Operations Research and Management Science*, North-Holland, Amsterdam, 7:225–330, 1995.

[40] A. T. Kearney. Measuring productivity in physical distribution. *National Council of Physical Distribution Management Study*, Chicago, 1978.

[41] M. Körkel. On the exact solution of large-scale simple plant location problems. *European Journal of Operations Research*, 39:157–173, 1989.

[42] M. Labbé, D. Peeters and J. F. Thisse. Location on networks. Handbooks in Operations Research and Management Science, (M.O. Ball et al.,eds.), Elsevier, Amsterdam, 551–624, 1995.

[43] M. Labbé, G. Laporte, K. Tanczos, and Ph. L. Toint, editors. *Operations Research in Traffic and Transportation Management, Proceedings of the NATO ASI in Balatonfüred, 1997*, Heidelberg, Berlin, New York, (to appear) 1997. Springer Verlag.

[44] M. Labbé and F. V. Louveaux. Location problems. Annotated Bibliography in Combinatorial Optimization. (M. Dell'Amico, F. Maffioli and S. Martello, eds.), Wiley, New York (to appear), 1997.

[45] B. J. LaLonde and P. H. Zinszer. Customer service: Meaning and Measurement. *National Council of Physical Distribution Management*, Chicago, 1976.

[46] G. Laporte. The traveling salesman problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research*, 59:231–247, 1992.

[47] G. Laporte. The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research*, 59:345–358, 1992.

[48] G. Laporte. Vehicle routing. In M. Dell'Amico, F. Maffioli, S. Martello, eds, *Annotated Bibliographies in Combinatorial Optimization*, Wiley, Chichester, 223–440, 1997.

[49] G. Laporte. Recent advances in routing algorithms. In *Operations Research in Traffic and Transportation Management, Proceedings of the NATO ASI in Balatonfüred*, M. Labbé, G. Laporte, Ph. L. Toint and K. Tanczos, eds, Springer Verlag, Heidelberg, Berlin, New York, (to appear), 1997.

[50] G. Laporte, I. H. Osman. Routing problems: A bibliography. *Annals of Operations Research*, 61:227–262, 1995.

[51] E. L. Lawler, J. K. Lenstra, A. H. G. Rinnooy Kan and D. B. Shmoys. The traveling salesman problem. *A Guided Tour of Combinatorial Optimization*, Wiley, Chichester, 1985.

[52] R. F. Love, J. G. Morris and G. O. Wesolowsky. Facilities Location, North-Holland, New York, 1988.

[53] T. L. Magnanti. Combinatorial Optimization and Vehicle Fleet Planning: Perspectives and Prospects. *Networks*, 11:179–214, 1981.

[54] C. Michelot. The mathematics of continuous location. *Studies in Locational Analysis*, 5:59–85, 1993.

[55] P.B. Mirchandani and R. L. Francis. Discrete Location Theory. Wiley, New York, 1990.

[56] J. D. Ortúzar and L.G. Willumsen. *Modelling Transport.* J. Wiley and Sons, Chichester (England), 2nd edition, 1995.

[57] M. Patriksson. *The Traffic Assignment Problem, Models and Methods.* VSP, Utrecht, NL, 1994.

[58] F. Plastria. Continuous Location Anno 1992: a Progress Report. *Studies in Locational Analysis*, 5:85–128, 1993.

[59] Y. Sheffi. *Urban Transportation Networks.* Prentice-Hall, Englewood Cliffs, USA, 1985.

[60] B. C. Tansel, R. L. Francis and T. J. Lowe. Location on Networks: A Survey-Part I: The p-Center and p-Median Problems. *Management Science*, 29:482–497, 1983.

[61] B. C. Tansel, R. L. Francis and T. J. Lowe. Location on Networks: A Survey-Part II: The p-Center and p-Median Problems. *Management Science*, 29:498–511, 1983.

[62] R. E. Tarjan. *Data Structures and Network Algorithms.* SIAM, Philadelphia, USA, 1983. CBMS-NSF, Regional Conference Series in Applied Mathematics.

[63] Ph. Toint. Une introduction à PACSIM, un nouveau modèle dynamique et comportemental d'assignation du trafic. *Les cahiers du MET*, 3:27–38, novembre 1994.

[64] Ph. L. Toint. La modélisation des transports. *La Recherche*, 235:1026–1034, septembre 1991. spanish translation in "Mundo Cientifico" (118), pp.1065-1072, 1991.

[65] Ph. L. Toint and L. Wynter. Asymmetric multiclass assignment: a coherent formulation. In J. B. Lesort, editor, *Transportation and Traffic Theory*, pages 237–260, Oxford, U.K., 1996. Pergamon.

[66] D. Van Vliet. SATURN, a modern assignment model. *Traffic Engineering and Control*, 23:578–581, 1982.

[67] J. Wardrop. Some theoretical aspects of road traffic research. *Proceedings of the Institute of Civil Engineers, part II*, 1:325–378, 1952.

[68] A. Weber. Ueber den standart der industrien. Tübingen, 1909. English translation: The theory of the location of industries, Chicago University Press, Chicago.

[69] A. G. Wilson. *Urban and regional models in geography and planning.* J. Wiley and Sons, London, 1974.